量子コンピューターのための量子力学
細谷暁夫

平成 32 年 7 月 13 日

1　はじめに

私は、D. ドイチがその概念を発表して１０年後の１９９５年に量子計算の分野に参入した。P. ショアが素因数分解の量子アルゴリズムを発表して間もなくのことである [1, 2]。その頃、日本で量子情報／計算の第一次ブームが起きた。この数年の出来事は第二次ブームというべきで、メンバーも相当入れ替わっている。メディアでも盛んに報じられ、一般の人の間にも関心が高まり、「Google が何かすごいことをやったらしい」とか、「巨額の国家予算が投じられているそうだ」「仮想通貨は危ない」などと、日常の話題にしている。

しかし、分かって話をしているわけでもないらしい。そこで、本稿では２節から５節まで、量子計算の理解に最小限必要な量子力学の講義をして、６節から９節まで量子計算の概念と実装を解説する。

ゼミの予定

(2 節) 重ね合わせの原理：波

(3 節) 量子力学の公理

(4 節) 量子状態

(5 節) エンタングルメント
================================-

(6 節) 計算とは何か

(7 節) 量子計算とは何か

(8 節) 量子コンピュータの実装

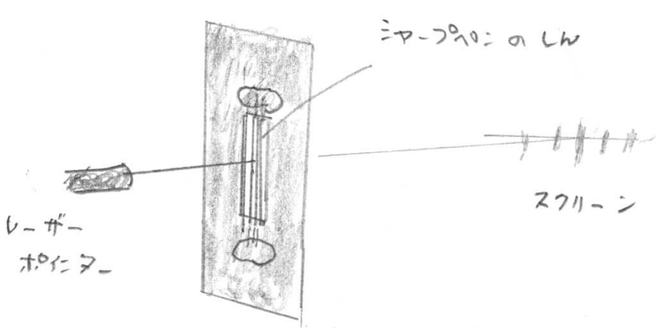
(9 節) 量子コンピュータでできること

2 重ね合わせの原理: 波

2.1 光の波動性

光の正体については、１７世紀から１８世紀にかけて粒子説と波動説の間に論争があったが、トマス・ヤング (1773-1829) の干渉実験によって波動説に軍配が上がった。単色光源からの光が、衝立にある２つのスリットを通過しまた合流した後で、スクリーンに生じる縞々の模様ができる。

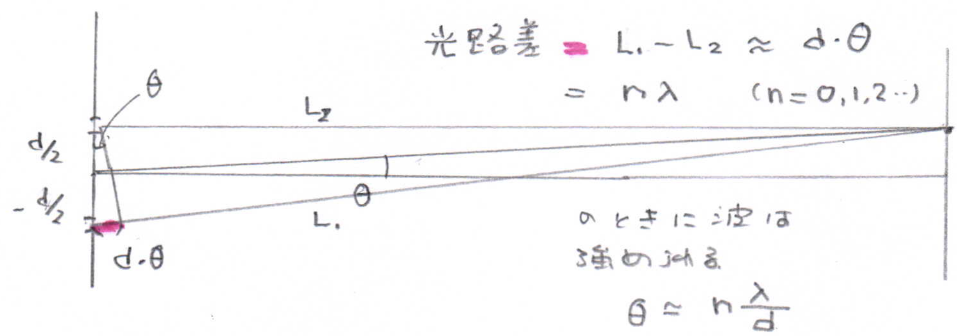
現代では、レーザーポインターを単色光源に使い、シャープペンシルの芯３本を平行に並べて、ヤングの２重スリットの実験を簡単に行うことができるので、まずそれを観察しよう。



次に、高校の教科書にもある簡単な説明をしよう。

https://www.osaka-kyoiku.ac.jp/ masako/exp/newton/kansyoo/young.html
（動画あり）

２つのスリットから出てくる２つの波の振幅の山が重なる場合には、振幅は強められ、逆に山と谷が重なるところでは振幅は弱められる。したがって、２つの光の行路の差 $L_1 - L_2$ が波長 λ の整数倍になったときに波が強められる。衝立とスクリーンの間の距離 L がスリットの幅 d に比べて大きい場合には、スクリーン上の点がスリットの中点を結ぶ直線が水平面となす角度を θ とすると、近似的に $L_1 - L_2 \approx d\theta$ が成り立つので、$\theta \approx n\frac{\lambda}{d}$ $n = 0, 1, 2\ldots$ を満たす θ が波が強められる方向である。スリットの間隔 d が狭いほど干渉縞の間隔が広がることに注意しよう。また、波長が長いほど干渉縞の間隔は広がる。



2.1.1 波動を数式で書くと

波数 $\mathbf{k}$ 角振動数 $\omega = ck$ の位置 $\mathbf{x}$ 時刻 t における平面波の振幅は

$$A_{in}(\mathbf{x}, t) = e^{i(-\omega t + \mathbf{k}\cdot\mathbf{x})}$$

と表せる。２つのスリットの位置をそれぞれ $(d/2, 0, 0)$ と $(-d/2, 0, 0)$ とし、それらの位置での位相差を 0 と選べば、スリット通過後の平面波はホイヘンスの原理から

$$A_{out}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[e^{i(-\omega t + k_x(x-d/2)+k_y y + k_z)} + e^{i(-\omega t + k_x(x+d/2)+k_y y + k_z)}]$$
$$= \frac{e^{i(-\omega t + k_x x + k_y y + k_z)}}{\sqrt{2}}(e^{-ik_x d/2} + e^{ik_x d/2})$$

[1] となる。　その強度は、振幅 A_{out} の絶対値の２乗で与えられるので

$$|A_{out}(\mathbf{x}, t)|^2 = 1 + \cos k_x d$$

[1] $|A_{out}|^2 := A_{out}A^*_{out} = \frac{|e^{-ik_x d/2} + e^{ik_x d/2}|^2}{2} = \frac{2 + e^{-ik_x d} + e^{ik_x d}}{2} = 1 + \cos k_x d$