

量子計算のための量子力学

細谷暁夫

平成 32 年 6 月 26 日

1 はじめに

私は、D. ドイチがその概念を発表して 10 年後の 1995 年に量子計算の分野に参入した。P. ショアが素因数分解の量子アルゴリズムを発表して間もなくのことである [1, 2]。その頃、日本で量子情報/計算の第一次ブームが起きた。この数年の出来事は第二次ブームというべきで、メンバーも相当入れ替わっている。メディアでも盛んに報じられ、一般の人の間にも関心が高まり、「Google が何かすごいことをやったらしい」とか、「巨額の国家予算が投じられているそうだ」「仮想通貨は危ない」などと、日常の話題にしている。

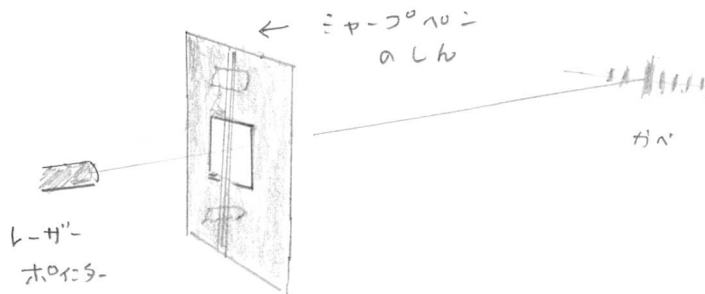
しかし、分かって話をしているわけでもないらしい。そこで、本稿では 2 節から 5 節まで、量子計算の理解に最小限必要な量子力学の講義をして、6 節から 9 節まで量子計算の概念と実装を解説する。

2 重ね合わせの原理: 波

2.1 光の波動性

光の正体については、17 世紀から 18 世紀にかけて粒子説と波動説の間に論争があったが、トマス・ヤング (1773-1829) の干渉実験によって波動説に軍配が上がった。単色光源からの光が、衝突にある 2 つのスリットを通過しまた合流した後で、スクリーンに生じる縞々の模様ができる。

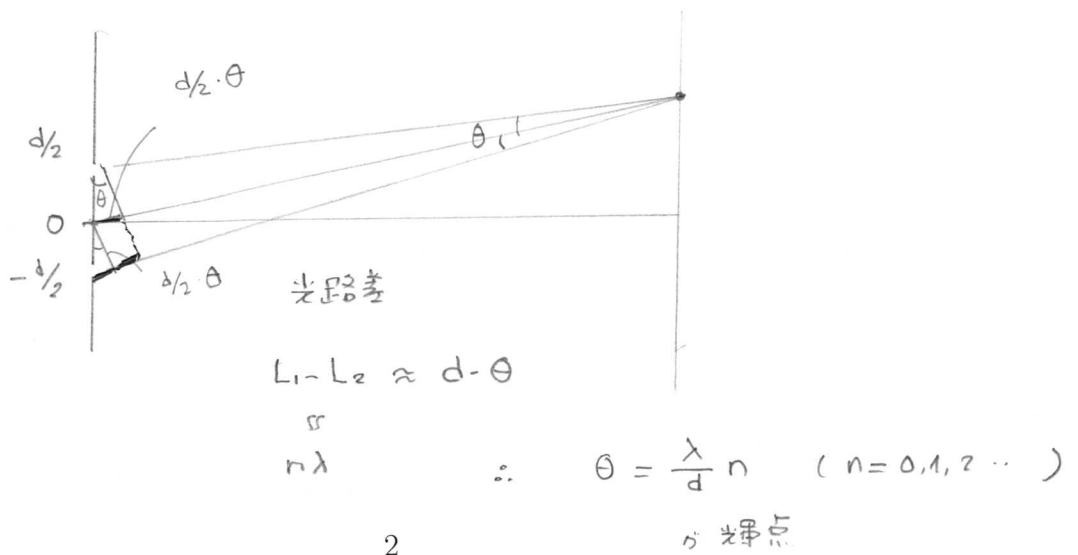
現代では、レーザーポインターを単色光源に使い、シャープペンシルの芯3本を平行に並べて、ヤングの2重スリットの実験を簡単に行うことができるので、まずそれを観察しよう。



次に、高校の教科書にもある簡単な説明をしよう。

<https://www.osaka-kyoiku.ac.jp/masako/exp/newton/kansyoo/young.html>
(動画あり)

2つのスリットから出てくる2つの波の振幅の山が重なる場合には、振幅は強められ、逆に山と谷が重なるところでは振幅は弱められる。したがって、2つの光の行路の差 $L_1 - L_2$ が波長 λ の整数倍になったときに波が強められる。衝突とスクリーンとの距離 L がスリットの幅 d に比べて大きい場合には、スクリーン上の点がスリットの中点を結ぶ直線が水平面となす角度を θ とすると、近似的に $L_1 - L_2 \approx d\theta$ が成り立つので、 $\theta \approx n \frac{\lambda}{d}$ $n = 0, 1, 2, \dots$ を満たす θ が波が強められる方向である。スリットの間隔 d が狭いほど干渉縞の間隔が広がることに注意しよう。また、波長が長いほど干渉縞の間隔は広がる。



2.1.1 波動を数式で書くと

波数 k 角振動数 $\omega = ck$ の位置 \mathbf{x} 時刻 t における平面波の振幅は

$$A_{in}(\mathbf{x}, t) = e^{i(-\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}$$

と表せる。2つのスリットの位置をそれぞれ $(d/2, 0, 0)$ と $(-d/2, 0, 0)$ とし、それらの位置での位相差を 0 と選べば、スリット通過後の平面波はホイヘンスの原理から

$$A_{out}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i(-\omega t + k_x(x-d/2) + k_y y + k_z z)} + e^{i(-\omega t + k_x(x+d/2) + k_y y + k_z z)}]$$

となる。その強度は、振幅 A_{out} の絶対値の 2 乗で与えられるので

$$|A_{out}(\mathbf{x}, t)|^2 = 1 + \cos k_x d$$

となる。これは、 $k_x d = 2n\pi$ $n = 0, 1, 2, \dots$ のときに最大値 2 をとる。スリットの中点 O と輝点を結ぶ直線が x 軸となす角度 θ が小さいときには波数ベクトルの x 成分は近似的に $k_x = k\theta$ としてよいので、干渉縞の最も明るいところは $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ を波長として

$$\theta = n \frac{2\pi}{dk} = n \frac{\lambda}{d}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

となり、行路差に関する考察の結果と一致する。

数式で表して明白になった点が 2 つある。波動の伝搬 $A_{in}(\mathbf{x}, t) = e^{i(-\omega t + \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}$ がマックスウェル方程式から導かれる波動方程式

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 0$$

を満たすことである。さらに、スリット通過後は、上のスリットを通過した波と下のスリットを通過した波の重ね合わせになっていることである。その重ね合わせのために干渉縞が生じる。

天然現象としては、過剰虹がある。雨上がりの空の太陽と反対方向に虹がかかる。主虹は上から赤橙黄緑青藍紫の順であり、副虹は主虹の上方に色の順番が逆になっている。さらによく目を凝らすと、主虹の下に細かくピンク色にチラチラ細かい帯がある。それが、干渉効果による縞々であり。同じくヤングによって発見された。

http://www.asahi-net.or.jp/cg1y-aytk/ao/rainbow_ther.html

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:SupernumeraryRainbows.jpg>

また、干渉効果は光に限らず水の表面波、音など自然界に広くみられる。